

## Φυσική III



# Ηλεκτρικό Πεδίο

## 1. Ηλεκτρικό Φορτίο (q)

Ορισμός: Το ηλεκτρικό φορτίο είναι μια θεμελιώδης ιδιότητα της ύλης, η οποία προκαλεί ηλεκτρικά φαινόμενα.

Μονάδα μέτρησης: 1 Coulomb (C).

## 2. Νόμος του Coulomb

Ο νόμος αυτός περιγράφει τη δύναμη που ασκείται μεταξύ δύο σημειακών φορτίων:

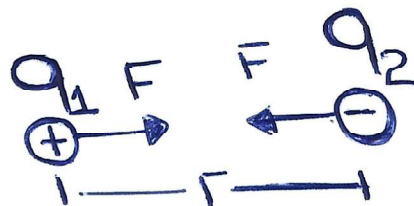
$$\vec{F} = k \frac{|q_1 \cdot q_2|}{r^2} \hat{r}$$

όπου:

- F: μέτρο ηλεκτρικής δύναμης (N)
- $q_1, q_2$ : τα φορτία (C)
- r: η απόσταση μεταξύ των φορτίων (m)
- k: σταθερά Coulomb,  $k = 8,99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$



Η δύναμη είναι ελκτική όταν τα φορτία έχουν αντίθετο πρόσημο και απωστική όταν έχουν ίδιο.



### 3. Ηλεκτρικό Πεδίο (E)

Το ηλεκτρικό πεδίο ορίζεται ως η δύναμη που δέχεται ένα θετικό μοναδιαίο φορτίο σε ένα σημείο:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Για σημειακό φορτίο Q:

$$\vec{E} = k \frac{|Q|}{r^2} \hat{r}$$



Μονάδα μέτρησης: N/C ή V/m.

### 4. Συνεχή κατανομή φορτίου

Όταν έχουμε γραμμική, επιφανειακή ή ογκομετρική κατανομή φορτίου, το ηλεκτρικό πεδίο υπολογίζεται με ολοκλήρωση:

όπου dq είναι στοιχειώδες φορτίο.

$$dE = k \frac{dq}{r^2}$$

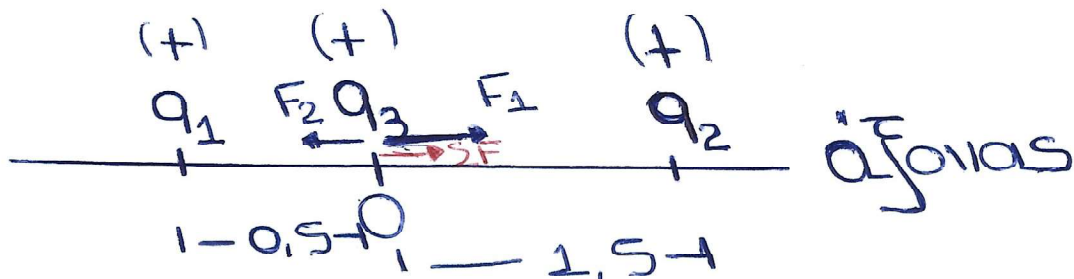
### 4. Αρχή Υπέρθεσης

Η συνισταμένη δύναμη ή το συνισταμένο πεδίο από πολλά φορτία προκύπτει από το διανυσματικό άθροισμα των επιμέρους

### Άσκηση 1

Ένα ηλεκτρικό φορτίο  $1,3\mu\text{C}$  τοποθετείται πάνω στον άξονα  $x$  και στην θέση  $x = -0,5\text{m}$ , ένα δεύτερο φορτίο  $3,2\mu\text{C}$  βρίσκεται στον άξονα  $x$  και στη θέση  $x = 1,5\text{m}$  και τέλος ένα τρίτο φορτίο  $2,5\mu\text{C}$  τοποθετείται στην αρχή του άξονα. Βρείτε την συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο φορτίο  $2,5\mu\text{C}$ . Όλα τα ηλεκτρικά φορτία είναι θετικά.

Λύση



$$\vec{F}_1 = k \frac{|q_3 \cdot q_1|}{r_1^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_1 = 8,99 \cdot 10^9 \frac{|2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 1,3 \cdot 10^{-6}|}{0,5^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_1 = 0,117 \text{ N}$$

$$\vec{F}_2 = k \frac{|q_3 \cdot q_2|}{r_2^2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = 8,99 \cdot 10^9 \frac{|2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 3,2 \cdot 10^{-6}|}{1,5^2} = 0,032 \text{ N}$$

$$\Sigma F = F_1 - F_2$$
$$\Sigma F = 0,085 \text{ N}$$

## Άσκηση 2

Ένα σημειακό φορτίο  $-5,2\mu\text{C}$  βρίσκεται στην αρχή των συντεταγμένων. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο (α) πάνω στον άξονα  $x$ , στο σημείο  $x = 3\text{m}$ , (β) στον άξονα  $y$  και στο σημείο  $y = -4\text{m}$  και (γ) στο σημείο με συντεταγμένες  $(2\text{m}, 2\text{m})$ .

α) στο σημείο  $(3,0,0)$

$$r = \sqrt{3^2 + 0^2 + 0^2} = 3\text{m}$$

$$E = k \frac{Q}{r^2} = 8,99 \cdot 10^9$$

$$\frac{5,2 \cdot 10^{-6}}{3^2}$$

$$E = 5,2 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$



β)  $(0,-4,0)$

$$r = \sqrt{0^2 + (-4)^2 + 0^2} = 4\text{m}$$

$$E = k \frac{Q}{r^2} = 2,9 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Q



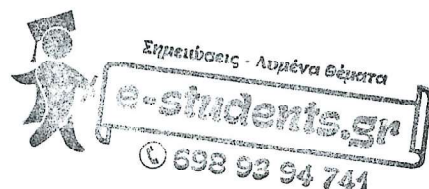
γ)  $(2,2)$

$$r = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}\text{m}$$

$$E = k \frac{Q}{r^2} = 5,8 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$



Q



### 5. Γραμμικής Πυκνότητας Φορτίου ( $\lambda$ )

Η γραμμική πυκνότητα φορτίου ορίζεται ως το φορτίο ανά μονάδα μήκους ενός αγωγίμου ή φορτισμένου νήματος/γραμμής:

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

όπου:

Q: το συνολικό φορτίο (C)

L: το μήκος της γραμμής (m)

Μονάδα μέτρησης: C/m

Για Στοιχειώδες Φορτίο ( $dq$ )

Σε ένα απειροστό στοιχείο μήκους  $dx$  της γραμμής:

$$dq = \lambda dx$$



### Άσκηση 3

Μία ευθεία γραμμή φορτίων κείται κατά μήκος του άξονα  $x$  και εκτείνεται από το σημείο  $x = +x_0$  μέχρι το θετικό άπειρο. Η γραμμή έχει σταθερή γραμμική πυκνότητα φορτίου  $\lambda_0$  (φορτίο ανά μονάδα μήκους). Ποιο είναι το μέτρο και η κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου στην αρχή των συντεταγμένων;

$$\begin{aligned} dE &= k \frac{dq}{r^2} \Rightarrow E = \int_{x_0}^{+\infty} k \frac{dq}{r^2} \\ \Rightarrow E &= \int_{x_0}^{+\infty} k \frac{\lambda_0 dx}{x^2} = k \lambda_0 \int_{x_0}^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx \\ \Rightarrow E &= k \lambda_0 \int_{x_0}^{+\infty} x^{-2} dx \end{aligned}$$

$$\Rightarrow E = k\lambda_0 \lim_{b \rightarrow \infty} \int_{x_0}^b x^{-2} dx$$

$$\Rightarrow E = k\lambda_0 \lim_{b \rightarrow \infty} \left[ -x^{-1} \right]_{x_0}^b$$

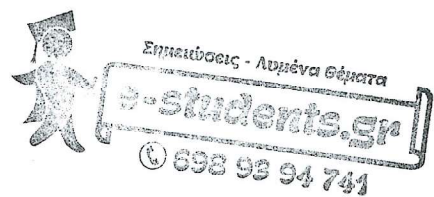
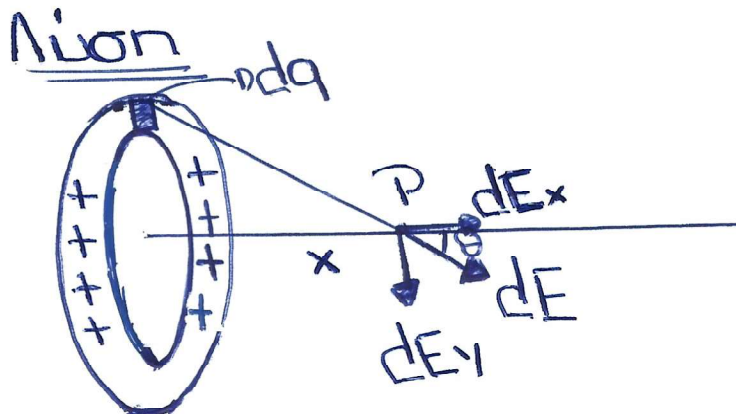
$$\Rightarrow E = k\lambda_0 \lim_{b \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{b} - \left( -\frac{1}{x_0} \right) \right]$$

$$\Rightarrow E = k \frac{\lambda_0}{x_0}$$

Προς τα  
αριστερά

#### Άσκηση 4

Ένας ομοιόμορφα φορτισμένος δακτύλιος ακτίνας 10cm έχει ολικό φορτίο 75μC. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο πάνω στον άξονα του δακτυλίου και σε απόσταση (α) 1cm, (β) 5cm, (γ) 30cm και (δ) 100cm από το κέντρο του δακτυλίου



$$dE_x = dE \cdot \cos\theta$$

$$dE_x = k \frac{dq}{r^2} \cdot \cos\theta$$

$$E_x = \int dE_x = \int k \frac{dq}{r^2} \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{x}{r}$$

$$\Rightarrow E_x = \int k \frac{dq}{r^2} \cdot \frac{x}{r} = \int k \frac{dq x}{r^3}$$

$$\Rightarrow E_x = k \frac{x}{r^3} \int dq \stackrel{\int dq = Q}{\Rightarrow} E_x = k \frac{x}{r^3} \cdot Q$$

$$r = (R^2 + x^2)^{1/2}$$

$$\Rightarrow E_x = k \frac{Q \cdot x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad \left| \quad E = k \frac{Q \cdot x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \right.$$

$$E_y = 0 \text{ (λόγω συμμετρίας)}$$

$$\text{για } x = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$E = 9,88 \cdot 10^9 \frac{75 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-2}}{\left( (10 \cdot 10^{-2})^2 + (1 \cdot 10)^2 \right)^{3/2}}$$

$$E = 6,6 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

$$\text{για } x = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

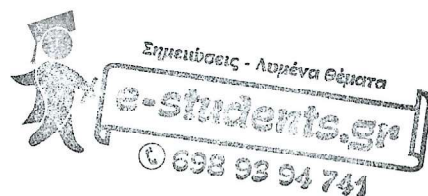
$$E \approx 2,5 \cdot 10^7 \text{ N/C}$$

$$\text{για } x = 30 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$E \approx 2,2 \cdot 10^6 \text{ N/C}$$

$$\text{για } x = 100 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$E \approx 6,6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$



## 6. Επιφανειακή Πυκνότητα Φορτίου

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

όπου:

$\sigma$ : επιφανειακή πυκνότητα φορτίου (μονάδα: C/m<sup>2</sup>)

$Q$ : συνολικό φορτίο (C)

$A$ : επιφάνεια κατανομής (m<sup>2</sup>)

Σχέση με στοιχειώδες φορτίο:

$$dq = \sigma dA$$



## 7. Χωρική Πυκνότητα Φορτίου

$$\rho = \frac{Q}{V}$$

όπου:

$\rho$ : χωρική (ογκομετρική) πυκνότητα φορτίου (μονάδα: C/m<sup>3</sup>)

$Q$ : συνολικό φορτίο (C)

$V$ : όγκος κατανομής (m<sup>3</sup>)

Σχέση με στοιχειώδες φορτίο:

$$dq = \rho dV$$

### Άσκηση 5

Μία σφαίρα ακτίνας 4cm έχει καθαρό φορτίο +39μC. (α) Αν το φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο σε ολόκληρο τον όγκο της σφαίρας, ποια είναι η χωρική πυκνότητα φορτίου; (β) Αν αυτό το φορτίο είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο στην επιφάνεια της σφαίρας, ποια είναι η επιφανειακή πυκνότητα φορτίου;

Λύση

$$R = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$Q = 39 \cdot 10^{-6} \text{ C}$$



$$\alpha) \rho = \frac{Q}{V}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\rho = \frac{39 \cdot 10^{-6}}{2,68 \cdot 10^{-4}}$$

$$V = \frac{4}{3} \pi (4 \cdot 10^{-2})^3$$

$$V = 2,68 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$\rho = 0,146 \text{ C/m}^3$$

$$\beta) \sigma = \frac{Q}{A}$$

$$A = 4 \pi R^2$$

$$\sigma = \frac{39 \cdot 10^{-6}}{0,0201}$$

$$A = 4 \pi (4 \cdot 10^{-2})^2$$

$$A = 0,0201 \text{ m}^2$$

$$\sigma = 1,94 \cdot 10^{-3} \text{ C/m}^2$$