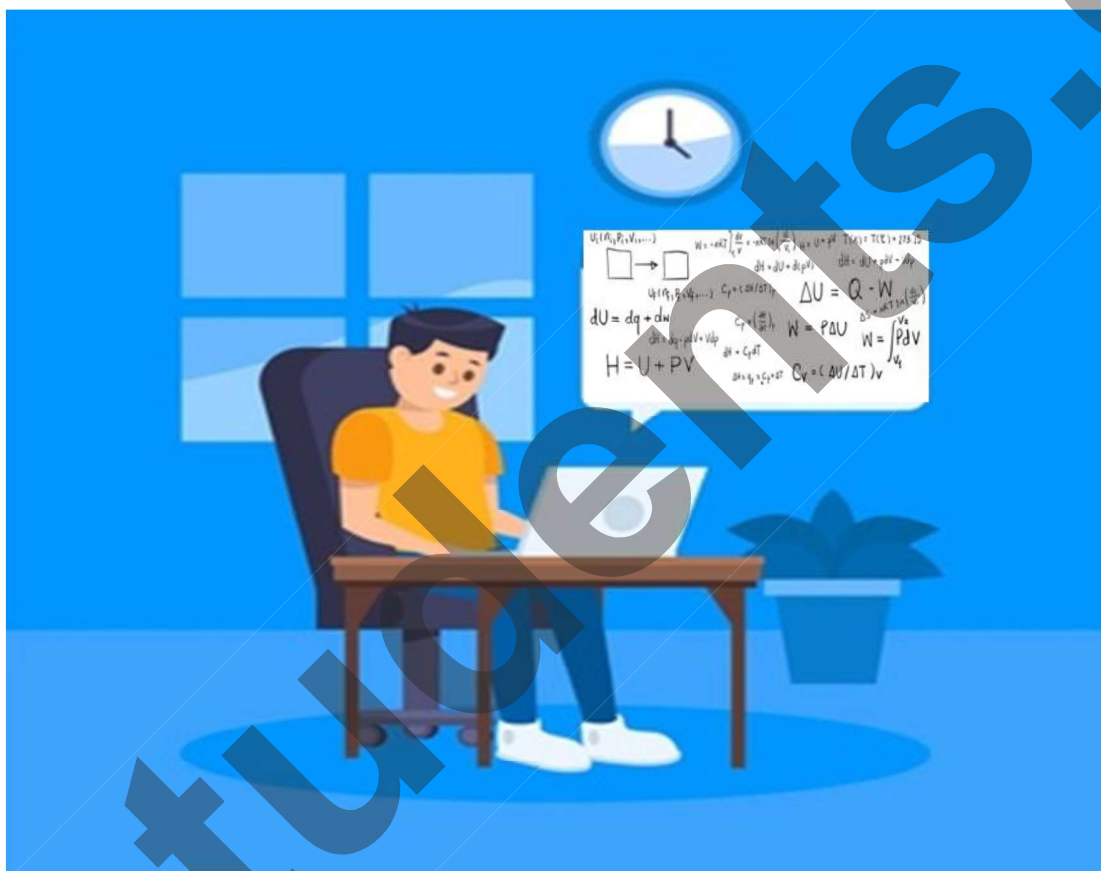


ΦΥΣΙΚΗ ΙΙ





Ταχύτητα των υφιστάσεων σε νήματα

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

F: τάση νήματος

μ : γραμμική πυκνότητα

$$\mu = \frac{m}{L} \rightarrow \begin{array}{l} \text{μάζα νήματος} \\ \text{μήκος νήματος} \end{array}$$



Εφαρμογή

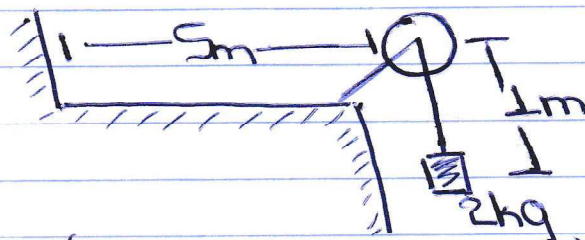
Ομογενές νήμα έχει μάζα $m = 0,3 \text{ kg}$ και μήκος $L = 6 \text{ m}$. Το ένα άκρο είναι στερεωμένο σε τοίχο ενώ στο άλλο είναι αναρτημένο βάρος μάζας $m = 2 \text{ kg}$. Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία θα διαβεί ο παλμός στο νήμα και τον χρόνο που λαμβάνει ο παλμός να διανύσει το νήμα.

$$F = B = m \cdot g = 19,6 \text{ N}$$

$$\mu = \frac{m}{L} = 0,05 \text{ kg/m}$$

$$v = \sqrt{F/\mu} = 19,8 \text{ m/sec}$$

$$t = \frac{L}{v} = 0,252 \text{ sec}$$



(Δίνεται το σχήμα)

● Αρμονικά κύματα



Σημειώσεις - Λυμένα θέματα

e-students.gr

☎ 698 93 94 741

● $y = A \sin(\omega x - \omega t)$: χωρίς φάση

$y = A \sin(\omega x - \omega t \pm \phi)$: με φάση

$u \text{ ή } h : u = \frac{2\pi}{\lambda}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$u = \lambda \cdot f$

$u = \frac{\omega}{k}$



Σημειώσεις - Λυμένα θέματα

e-students.gr

☎ 698 93 94 741

● $v_y = \frac{\partial y}{\partial t}$: ταχύτητα

$v_y = -\omega A \cos(\omega x - \omega t)$, $v_{\max} = \omega \cdot A$

● $a_y = \frac{\partial v_y}{\partial t}$: επιτάχυνση

$a_y = -\omega^2 A \sin(\omega x - \omega t)$, $a_{\max} = \omega^2 A$

● Στοιχειώδης ενέργεια λόγω
αρμονικής ταλάντωσης

$$\Delta E = \frac{1}{2} (\Delta m) \cdot \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} (\mu \cdot \Delta x) \omega^2 A^2$$



Σημειώσεις - Λυμένα θέματα

e-students.gr

© 698 93 94 741

● Ισχύς

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{2} \mu \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \omega^2 A^2$$

$$P = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 A^2$$



Σημειώσεις - Λυμένα θέματα

e-students.gr

© 698 93 94 741

2ος Νόμος Νεύτωνα

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx$$



Σημειώσεις - Λύμένα Θέματα

e-students.gr

© 698 93 94 741

$$\Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{και } x(t) = A \cos \omega t + B \sin \omega t$$

Εφαρμογή

Ένα σωματίδιο m_2 κινείται κατά μήκος του άξονα x και έλκεται προς την αρχή O όπου έχει μέτρο ίσο με $B \cdot x$. Αν το σωματίδιο αρχικά ηρεμεί στο $x = 20$.

α) Βρείτε την διαφορική εξίσωση κίνησης.

β) Την θέση του σωματιδίου για χρόνο t , δηλ. το $x(t)$.

γ) Την ταχύτητα για τυχόν χρόνο.

δ) Το πλάτος, την περίοδο και την συχνότητα της ταλάντωσης.

Λύση:

α) Αρχικές Συνθήκες: $t=0, x(0)=20, v=0 \left(\frac{dx}{dt} \right)$

$$2 \frac{d^2 x}{dt^2} = -8x \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + 4x = 0$$

$$x(t) = A \cos 2t + B \sin 2t$$

β) $x(0) = A = 20$

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -40 \sin 2t + 2B \cos 2t \quad v(0) = 2B = 0 \Rightarrow B = 0$$

$$x(t) = 20 \cos 2t$$

γ) $v(t) = -40 \sin 2t$

δ) $T = \pi, \quad f = \frac{1}{T}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$



Σημειώσεις - Λύμένα Θέματα

e-students.gr

© 698 93 94 741

Εφαρμογή

Δείξτε ότι η συνάρτηση $x = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ μπορεί να πάρει την ισοδύναμη έκφραση: $C \cos(\omega t - \phi)$ όπου $C = \sqrt{A^2 + B^2}$ και $\phi = \tan^{-1}(B/A)$

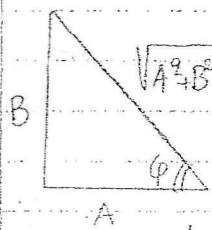
Απάντηση: Χρησιμοποιώντας τον τύπο αν υπενόμια από τα A και B δεν μηδενίζονται.

$$A \cos \omega t + B \sin \omega t = \sqrt{A^2 + B^2} \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos \omega t + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \omega t \right)$$

$$= \sqrt{A^2 + B^2} (\cos \phi \cos \omega t + \sin \phi \sin \omega t)$$

$$= \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\omega t - \phi) = C \cos(\omega t - \phi)$$

$$\tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi} = \frac{B}{A} \Rightarrow \phi = \tan^{-1}(B/A)$$



Σημειώσεις - Λογμένα θέματα

e-students.gr

© 698 93 94 741

Εφαρμογή

Ένα ελαστικό μάζας m κινείται κατά μήκος του άξονα x και είναι προς ένα σταθερό σημείο O, από μια δύναμη που είναι ανάλογη της απόστασης από το O. Αρχικά το συστήμα βρίσκεται σε απόσταση x_0 από το O και έχει ταχύτητα u_0 . (Για $t=0$: $x_0 = x(0)$, $u_0 = v(0)$)

α) Να προσδιορίσετε το $x(t)$ β) Να υπολογιστεί το μέγιστο x

γ) Να βρείτε το $v(t)$

Απάντηση:

$$a) m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \Rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

$$x(t) = A \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + B \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t$$

$$b) t=0: x_0 = x(0), u_0 = v(0)$$

$$x(0) = A = x_0$$

$$x(t) = x_0 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + B \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t \quad (1)$$

$$\frac{dx}{dt} = -x_0 \sqrt{\frac{k}{m}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + B \sqrt{\frac{k}{m}} \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t \quad (2)$$

$$\left. \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} = B \sqrt{\frac{k}{m}} = u_0 \Rightarrow B = u_0 \sqrt{\frac{m}{k}}$$



Σημειώσεις - Λογμένα θέματα

e-students.gr

© 698 93 94 741

$$\textcircled{4} \Rightarrow x(t) = x_0 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t$$

$$\beta) v(t) = x_0 \sqrt{\frac{k}{m}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t + v_0 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t$$

$$\gamma) \text{Πλάτος ήντησης: } C = \sqrt{x_0^2 + v_0^2 \frac{m}{k}}$$

$$\textcircled{4} \Rightarrow x(t) = x_0 \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t + v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} \sin \sqrt{\frac{k}{m}} t$$

$$= \sqrt{x_0^2 + v_0^2 \frac{m}{k}} \cos \left(\sqrt{\frac{k}{m}} t - \phi \right)$$

$$\phi = \arctan \frac{v_0 \sqrt{\frac{m}{k}}}{x_0}$$



Σημειώσεις - Λυμένα Θέματα

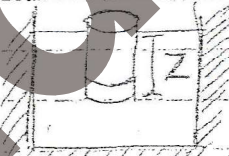
e-students.

© 698 93 94 741

Εφαρμογή

Ένας υδρόδρος με κατακόρυφο άξονα εδρεύει σε ογκο ύδωινδρας σ., ο υδρόδρος εδρεύεται ελαφρά προς τα κάτω και αφήνεται ελεύθερος. Βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης αν ο υδρόδρος έχει βάρος B και εγκάρσια διατομή A.

Λύση:



$$B = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot (A \cdot z) \cdot g$$

έχει απορροφήσει τόσο νερό όσο το βάρος του υδρόδρου που έχει εισαχθεί.

$$B/g = \rho \cdot A \cdot z = \frac{d^2 z}{dt^2} \Rightarrow \left[\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\rho A \cdot g}{B} z \right] = 0$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{W}{g \cdot A \cdot \rho}}$$



Σημειώσεις - Λυμένα Θέματα

e-students.gr

© 698 93 94 741