

Λογισμός Συναρτήσεων πολλών Μεταβλητών



Μερικές παράγωγοι συνάρτησης δύο μεταβλητών

Έστω συνάρτηση

$$f(x,y)$$

Πρώτες μερικές παράγωγοι

- Μερική παράγωγος ως προς x

$$f_x = \frac{\partial f}{\partial x}$$

Παραγωγίζουμε ως προς x , θεωρώντας το y σταθερό.

- Μερική παράγωγος ως προς y

$$f_y = \frac{\partial f}{\partial y}$$

Παραγωγίζουμε ως προς y , θεωρώντας το x σταθερό.

Δεύτερες μερικές παράγωγοι

- Δεύτερη ως προς x

$$f_{xx} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$

- Δεύτερη ως προς y

$$f_{yy} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- Μικτές παράγωγοι

$$f_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \quad f_{yx} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$$

Υπολογισμός:

- f_{xy} : πρώτα παράγωγος ως προς x , μετά ως προς y
- f_{yx} : πρώτα ως προς y , μετά ως προς x

Άσκηση

Δίνεται:

$$f(x,y)=3x^2y^3+2x^4$$

Να βρεθούν οι μερικές παράγωγοι f_x και f_y .

Λύση

Μερική παράγωγος ως προς x

Το y θεωρείται σταθερό.

$$f_x = \frac{\partial}{\partial x}(3x^2y^3+2x^4)$$

$$\Rightarrow f_x = 6xy^3 + 8x^3$$

Μερική παράγωγος ως προς y

Το x θεωρείται σταθερό.

$$f_y = \frac{\partial}{\partial y}(3x^2y^3+2x^4)$$

$$\Rightarrow f_y = 9x^2y^2$$

Άσκηση

Υπολογισμός μερικών παραγώγων σύνθετων συναρτήσεων

$$f(x,y)=\cos(x^2+y^2)$$

Θέλουμε να βρούμε: f_x και f_y

Λύση

$$f_x = \frac{\partial}{\partial x} [\cos(x^2 + y^2)]$$

$$\Rightarrow f_x = [-\sin(x^2 + y^2)] \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2)$$

$$\Rightarrow f_x = [-\sin(x^2 + y^2)] (2x + 0)$$

$$\Rightarrow f_x = [-2x \cdot \sin(x^2 + y^2)]$$

$$f_y = \frac{\partial}{\partial y} [\cos(x^2 + y^2)]$$

$$\Rightarrow f_y = [-\sin(x^2 + y^2)] \frac{\partial}{\partial y} (x^2 + y^2)$$

$$\Rightarrow f_y = [-\sin(x^2 + y^2)] (0 + 2y)$$

$$\Rightarrow f_y = [-2y \cdot \sin(x^2 + y^2)]$$