

Προτασιακή Λογική

Θεωρία

Μια πρόταση είναι μια δήλωση που μπορεί να είναι αληθής (Α) ή ψευδής (Ψ), αλλά όχι και τα δύο.

Παράδειγμα:

- «Η Πάτρα είναι πόλη της Ελλάδας» → Αληθής
- « $2 + 2 = 5$ » → Ψευδής

Χρησιμοποιούμε λογικούς συνδέσμους για να φτιάχνουμε πιο σύνθετες προτάσεις:

- $\neg p$ → άρνηση (όχι p)
- $p \wedge q$ → σύζευξη (p και q)
- $p \vee q$ → διάζευξη (p ή q)
- $p \rightarrow q$ → συνεπαγωγή (αν p τότε q)
- $p \leftrightarrow q$ → ισοδυναμία (p τότε και μόνο τότε q)

Ο πίνακας αληθείας μας βοηθά να εξετάζουμε την τιμή μιας σύνθετης πρότασης για όλες τις πιθανές περιπτώσεις.

Βασικοί τύποι / ταυτότητες

- $\neg(\neg p) \equiv p$ (νόμος της διπλής άρνησης)
- $\neg(p \wedge q) \equiv (\neg p) \vee (\neg q)$
- $\neg(p \vee q) \equiv (\neg p) \wedge (\neg q)$ (νόμοι του De Morgan)
- $p \vee \neg p \rightarrow$ ταυτολογία (πάντα αληθής)
- $p \wedge \neg p \rightarrow$ αντίφαση (πάντα ψευδής)

Κατηγορηματική Λογική

Βασικές Έννοιες

- **Σύνολο αναφοράς** (ή πεδίο ορισμού): το σύνολο των αντικειμένων για τα οποία μιλάμε. Συνήθως το συμβολίζουμε με U .

Παράδειγμα: $U = \{\text{όλοι οι φοιτητές του τμήματος}\}$.

- **Κατηγορήμα**: μια ιδιότητα ή σχέση που μπορεί να είναι αληθής ή ψευδής για κάθε στοιχείο του συνόλου.

Αν $P(x)$ είναι κατηγορήμα, τότε:

- $P(x) =$ «ο φοιτητής x είναι εγγεγραμμένος στο μάθημα».
- Για κάθε $x \in U$, το $P(x)$ είναι είτε αληθές είτε ψευδές.