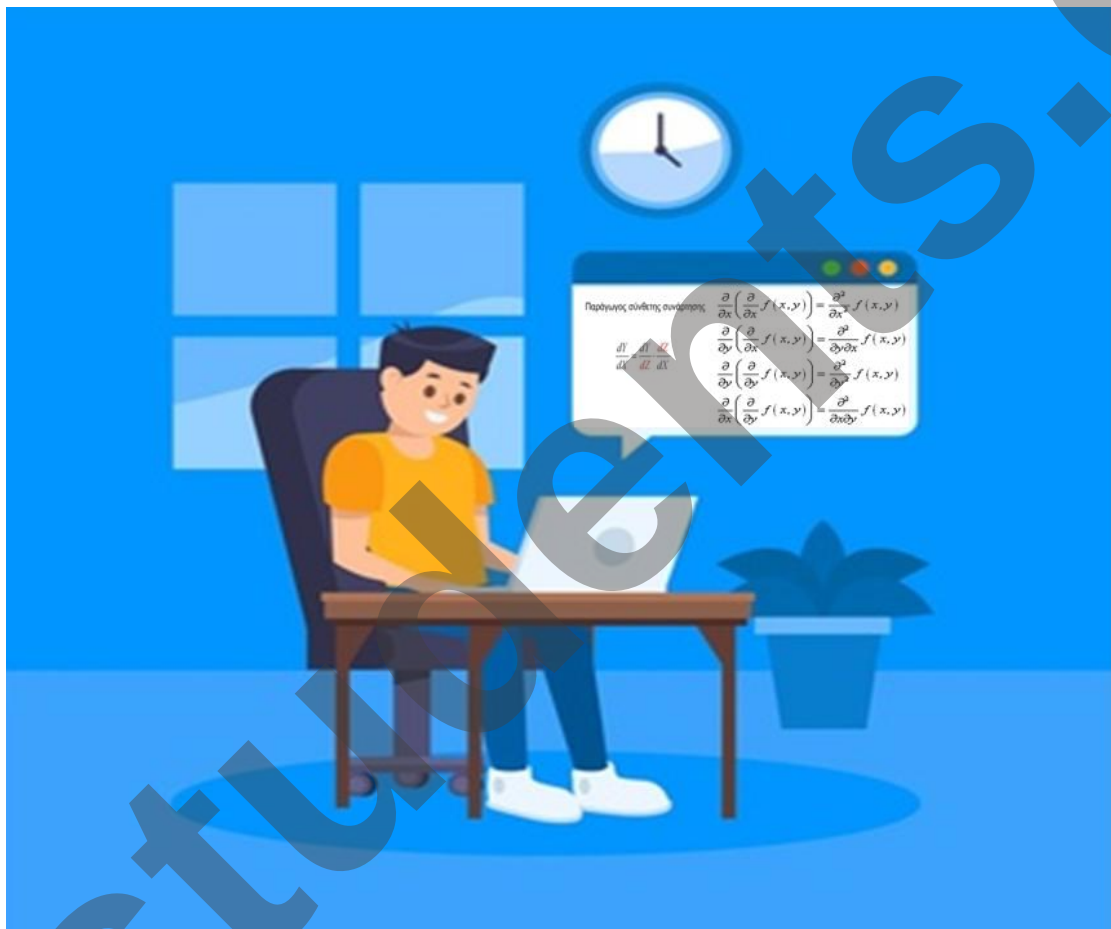


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΙΚΟΝΟΜΟΛΟΓΟΥΣ II



● Πινάκας

Πίνακα ονομάζουμε μια ορθογώνια διάταξη των αριθμών σε m γραμμές και n στήλες

$$A_{m \times n} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ \vdots & & & \\ a_{m1} & & & a_{mn} \end{bmatrix}$$

● Είδη Πινάκων

→ Πίνακας στήλη $\begin{pmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{pmatrix}$ και συνήθως λέγεται διάνυσμα

$$\underline{\underline{\mathbb{I}^x}} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad (1, -1, 2)$$

→ Ανάστροφος Πίνακας A^T γραμμή $\rightarrow$ στήλη

$$\underline{\underline{\mathbb{I}^x}} \quad A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & -1 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 4 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

→ Μοναδιαίος Πινάκας I

$$I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad I_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

→ Άνω τριγωνικός

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

→ Κάτω τριγωνικός

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

● Πράξεις Πινάκων

● Πρόσθεση - αφαίρεση

Π.χ $A+B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

● Πολλαπλασιασμός

Π.χ $A \cdot B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \\ 3 \cdot 0 + 4 \cdot 1 & 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \end{bmatrix}$
 $= \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$

! Προσοχή: $A \cdot B \neq B \cdot A$



● Οπίσθια Πίνακα

Πx Πίνακας $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

οπίσθια $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 - 3 \cdot 2 = -5$

Πx Πίνακας $A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$



$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = -1 \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= -1(1 \cdot 0 - (-1) \cdot 2) + 1(0 \cdot 0 - (-1) \cdot (-1)) + 2(0 \cdot 2 - 1 \cdot (-1))$$

$$= -1 \cdot 2 + 1 \cdot (-1) + 2 \cdot (1)$$

$$= -2 - 1 + 2 = -1$$

● Αντιστροφικός Πίνακας A^{-1}



Εμπειροβασίες · Αιχμένα Θέματα

e-students.gr

☎ 698 93 94 741

● Αντιστροφικός Πίνακας 2x2 A^{-1}

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Π.χ

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = ?$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 6 \cdot 1 - 2 \cdot 1 = 4$$

$$A^{-1} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$



Εμπειροβασίες · Αιχμένα Θέματα

e-students.gr

☎ 698 93 94 741