

Φυσική

Ορμή - Κρούση

Η Ορμή ενός σώματος ορίζεται ως το γινόμενο της μάζας του επί την ταχύτητά του:

$$p = m \cdot v \quad (\text{kg} \cdot \text{m/s})$$

Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής (Γενικευμένη μορφή)

$$\sum F_{ext} = \frac{dp}{dt}$$



Σημειώσεις - Λυμένα θέματα

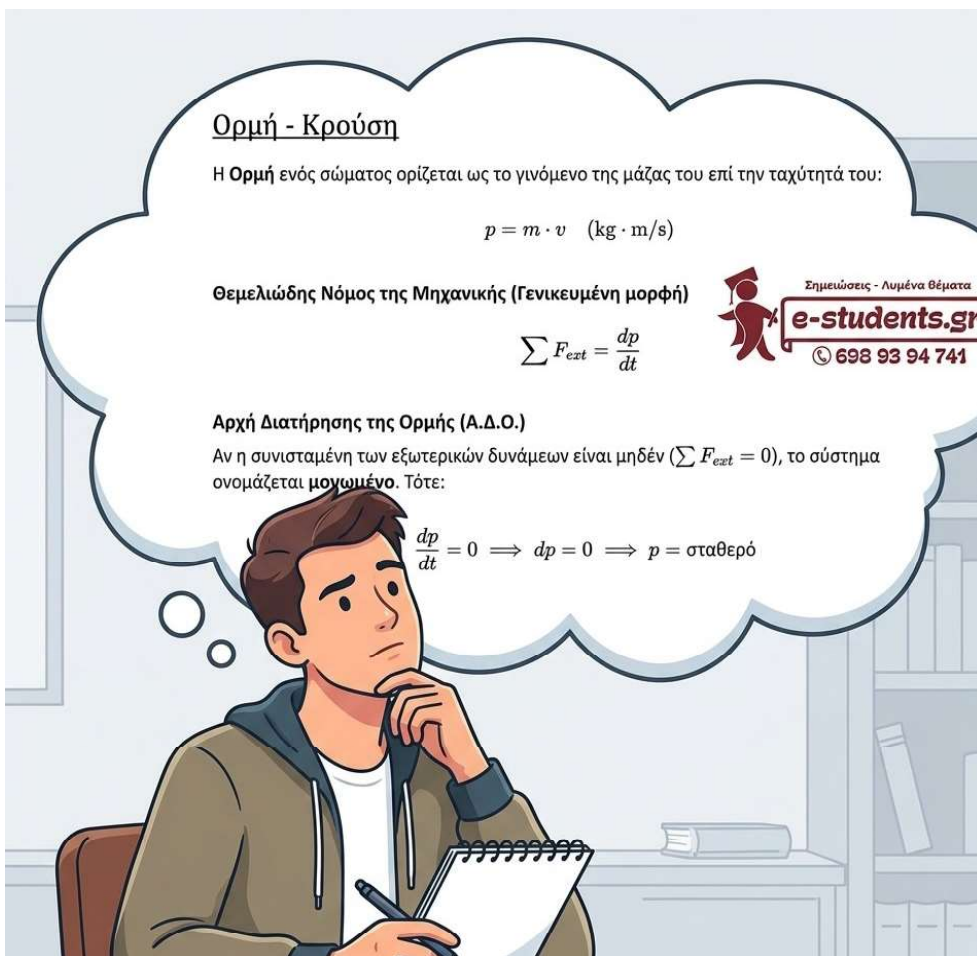
e-students.gr

☎ 698 93 94 741

Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο.)

Αν η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν ($\sum F_{ext} = 0$), το σύστημα ονομάζεται **μονωμένο**. Τότε:

$$\frac{dp}{dt} = 0 \implies dp = 0 \implies p = \text{σταθερό}$$



Ορμή - Κρούση

Η **Ορμή** ενός σώματος ορίζεται ως το γινόμενο της μάζας του επί την ταχύτητά του:

$$p = m \cdot v \quad (\text{kg} \cdot \text{m/s})$$

Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής (Γενικευμένη μορφή)

$$\sum F_{ext} = \frac{dp}{dt}$$

Αρχή Διατήρησης της Ορμής (Α.Δ.Ο.)

Αν η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν ($\sum F_{ext} = 0$), το σύστημα ονομάζεται **μονωμένο**. Τότε:

$$\frac{dp}{dt} = 0 \implies dp = 0 \implies p = \text{σταθερό}$$

Δηλαδή: $p_{αρχ} = p_{τελ}$.

Είδη Κρούσεων

Οι κρούσεις χωρίζονται σε δύο βασικές κατηγορίες:

Ελαστική Κρούση

1) **Α.Δ.Ο.:** $p_{αρχ} = p_{τελ}$

2) **Α.Δ.Κ.Ε.:** $K_{αρχ} = K_{τελ}$

(Διατήρηση Κινητικής Ενέργειας)

Ανελαστική (ή Πλαστική) Κρούση

1) **Α.Δ.Ο.:** $p_{αρχ} = p_{τελ}$

2) **Α.Δ.Ε.:** $E_{αρχ} = E_{τελ}$

$K_{αρχ} = K_{τελ} + Q$ (Απώλεια ενέργειας ως θερμότητα)

Άσκηση

Το διάνυσμα θέσης ενός σώματος μάζας $m_1 = 20 \text{ kg}$ είναι $r_1 = (-2i + t^2j) \text{ m}$ και ενός άλλου μάζας $m_2 = 5 \text{ kg}$ είναι $r_2 = [(t^2 - 3t)i + (2t - 1)j] \text{ m}$. Τα δύο σώματα ξεκινούν την κίνησή τους τη χρονική στιγμή $t = 0 \text{ sec}$.

Υπολογίστε: **α)** Μετά από πόσο χρόνο θα συγκρουστούν; **β)** Μετά την σύγκρουση τα δύο οχήματα συσσωματώνονται και κινούνται μαζί. Υπολογίστε την κοινή τους ταχύτητα.

Λύση

α) Εύρεση χρόνου σύγκρουσης Για να συγκρουστούν τα δύο σώματα, πρέπει να βρεθούν στο ίδιο σημείο την ίδια χρονική στιγμή:

$$r_1 = r_2 \implies \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$$

1. Για τον άξονα x : $-2 = t^2 - 3t \implies t^2 - 3t + 2 = 0$. Οι ρίζες είναι $t = 1 \text{ s}$ και $t = 2 \text{ s}$.
2. Για τον άξονα y : $t^2 = 2t - 1 \implies t^2 - 2t + 1 = 0 \implies (t - 1)^2 = 0$. Η ρίζα είναι $t = 1 \text{ s}$.

Η κοινή λύση είναι $t = 1 \text{ sec}$.

β) Εύρεση κοινής ταχύτητας (Πλαστική κρούση) Πρώτα βρίσκουμε τις ταχύτητες των σωμάτων πριν την κρούση ($t = 1 \text{ s}$) μέσω της παραγώγου της θέσης:

- $v_1 = \frac{dr_1}{dt} = 2tj \xrightarrow{t=1} v_1 = 2j \text{ (m/sec)}$
- $v_2 = \frac{dr_2}{dt} = (2t - 3)i + 2j \xrightarrow{t=1} v_2 = -1i + 2j \text{ (m/sec)}$

Εφαρμόζουμε την **Αρχή Διατήρησης της Ορμής**:

$$p_{\text{αρχ}} = p_{\text{τελ}}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_k$$

$$20 \cdot (2j) + 5 \cdot (-i + 2j) = (20 + 5)v_k$$

$$40j - 5i + 10j = 25v_k$$

$$-5i + 50j = 25v_k$$

$$v_k = \frac{-5}{25}i + \frac{50}{25}j$$

$$v_k = -\frac{1}{5}i + 2j \text{ (m/sec)}$$

Άσκηση

Τα σώματα A και B μάζας 2 kg το καθένα συγκρούονται μεταξύ τους. Οι ταχύτητές τους πριν την κρούση είναι $v_A = (15i + 30j) \text{ m/sec}$ και $v_B = (-10i + 20j) \text{ m/sec}$. Μετά την κρούση η ταχύτητα του A είναι $v'_A = (-5i + 35j) \text{ m/sec}$.

Να υπολογιστεί: α) Η τελική ταχύτητα του B (v'_B). β) Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας (ΔK).

Λύση

Δεδομένα:

- $m_A = m_B = 2 \text{ kg}$
- $v_A = 15i + 30j \text{ (m/sec)}$
- $v_B = -10i + 20j \text{ (m/sec)}$
- $v'_A = -5i + 35j \text{ (m/sec)}$

α) Εύρεση της v'_B (Αρχή Διατήρησης της Ορμής) Εφαρμόζουμε την **Α.Δ.Ο.:**

$$p_{\text{αρχ}} = p_{\text{τελ.}}$$

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

Εφόσον $m_A = m_B$, οι μάζες απλοποιούνται:

$$v_A + v_B = v'_A + v'_B$$

$$v'_B = v_A + v_B - v'_A$$

$$v'_B = (15i + 30j) + (-10i + 20j) - (-5i + 35j)$$

$$v'_B = 10i + 15j \text{ (m/sec)}$$

β) Μεταβολή της Κινητικής Ενέργειας

$$\Delta K = K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}}$$

$$\Delta K = \left(\frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} m_B v'^2_B \right) - \left(\frac{1}{2} m_A v^2_A + \frac{1}{2} m_B v^2_B \right)$$

Για να προχωρήσει ο υπολογισμός, χρειαζόμαστε τα μέτρα των ταχυτήτων στο τετράγωνο ($v^2 = v_x^2 + v_y^2$):

- $v^2_A = 15^2 + 30^2 = 225 + 900 = 1125$
- $v^2_B = (-10)^2 + 20^2 = 100 + 400 = 500$
- $v'^2_A = (-5)^2 + 35^2 = 25 + 1225 = 1250$
- $v'^2_B = 10^2 + 15^2 = 100 + 225 = 325$

Αντικαθιστώντας (με $m = 2 \text{ kg}$ οπότε το $\frac{1}{2}m = 1$):

$$\Delta K = (1250 + 325) - (1125 + 500)$$

$$\Delta K = 1575 - 1625 = -50 \text{ Joules}$$